



APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS (ABP), PROPUESTAS INNOVADORAS PARA LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Patricia **Rojas** Salinas
Universidad Tecnológica de Chile, INACAP, sede Chillán
Chile
paesrojas@gmail.com

Resumen

Basado en los deficientes resultados en el aprendizaje del Cálculo tanto, a nivel nacional como internacional, es que se torna urgente el revisar, contenidos y la metodología que se ha utilizado en algunos casos por más de 20 años. Además es necesario generar una metodología que permita al alumno encontrarse con la contextualización y provocar un aprendizaje significativo.

La Investigación exhibe una unidad didáctica, que permite enseñar en **simultáneo** Derivadas e Integrales; representa un Cambio Curricular de suma importancia; mediante el trabajo centrado en el alumno usando el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).

El diseño de ésta investigación es Cuasi-Experimental, la metodología utilizada fue la de grupo de control y experimental, entre los resultados más importantes, encontramos que al aplicar el pos-test el grupo experimental obtuvo un mejor promedio en el contenido de derivadas e integrales.

Palabras clave: Enseñanza del Cálculo; Aprendizaje Basado en Problemas, Aprendizaje Significativo

Planteamiento del Problema

En la enseñanza de la matemática nos encontramos con múltiples dificultades que van desde los problemas de preconceptos por parte de los alumnos hasta problemas de mal manejo didáctico por parte de los profesores.

El problema nace de la revisión de los programas de la asignatura de Cálculo y el intento por años, usando distintas estrategias metodológicas de mejorar el proceso de

enseñanza y aprendizaje observando el registro del rendimiento de los alumnos esperando obtener algún cambio.

Tras la revisión bibliográfica se encuentra que el problema es mayor de lo que se pensaba y nos encontramos con la necesidad de revisar el ordenamiento tradicional de los contenidos, luego de intentar rotar los conceptos y enseñar primero Integrales y luego derivadas con un nuevo intento fallido, aparece la necesidad de investigar que sucede si se enseña Derivadas e Integrales en **simultáneo**; se crea una definición más complementaria que presenta la Derivada y Antiderivada como inversas y la posibilidad de al Integrar un polinomio inmediatamente comprobar el resultado derivando, así se torna más sencillo la representación gráfica y se presentan rápidamente todas las propiedades y teoremas, porque no podemos olvidar que El concepto de Matemática para la Vida necesita de una pronta aplicación y contextualización de los elementos antes mencionados.

Diseño y Metodología

El diseño de ésta investigación es Cuasi-Experimental, de dos grupos con Pre y Post Test a ambos grupos. Para efecto de la investigación la primera variable es la que corresponde a la nueva Modalidad Curricular de entregar los contenidos de Derivadas e Integrales en simultáneo, versus la Modalidad Curricular Tradicional que los entrega por separado representando estas una variable categórica; por otro lado la segunda variable interviniente, corresponde al rendimiento, que representa una variable intervalar. Para desarrollar el experimento se trabajó con los alumnos de Tercer año de Ingeniería en Informática de INACAP, Chillán, éstos se separaron en dos grupos: Grupo control y Grupo Experimental, grupos que tienen los mismos conocimientos previos que corresponden a los temas de Sucesiones y Límites, elementos necesarios para poder implantar la nueva metodología y la comparación con la tradicional.

Se aplicará un diseño de pre-test y pos-test y grupo de control, éste diseño incorpora la administración de pre-test a los grupos que componen el experimento. Como los sujetos se asignan al azar a los grupos, a éstos se les aplica simultáneamente el pre-test; un grupo recibe el tratamiento experimental y el otro no (es el grupo de control); por último, se les administra, también simultáneamente un post-test.

El estudio fue aplicado a los alumnos de tercer año de ingeniería en Informática, que cursan la asignatura de Cálculo en semestre primavera de 2009. El principal interés de esta investigación es enseñar las Derivadas en simultáneo con las Integrales y verificar su efecto en el rendimiento. Antes de aplicar este cambio metodológico, se aplica Test CHAEA, es un test que contiene 80 preguntas que se deben marcar entre cuestiones con más presencia y menos presencia, define la presencia de estilos de aprendizaje; los separa en: Activo, Reflexivo, Teórico, Pragmático el objetivo es conocer como aprenden los alumnos para generar buenos equipos de trabajo Colaborativo, ya que en el grupo de control se aplicará este cambio curricular usando la Metodología del ABP(El Aprendizaje Basado en Problemas, es uno de los métodos de enseñanza- aprendizaje que ha tomado más arraigo en las instituciones de educación superior en los últimos años, se observa un proceso inverso al aprendizaje tradicional, Mientras tradicionalmente primero se expone la información y posteriormente se busca su aplicación en la resolución de un problema, en el caso del ABP primero se presenta el problema, se identifican las necesidades de aprendizaje, se busca la información necesaria y finalmente se regresa al problema.

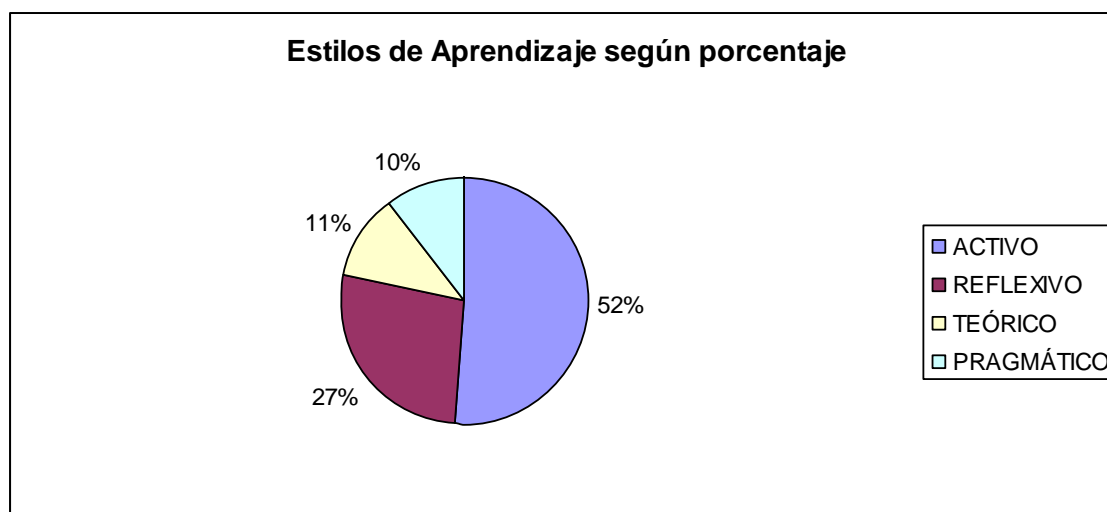
El enfoque de la investigación es cuantitativo, Según Roberto Sampieri (2003): “Es el que utiliza la recolección de datos para probar hipótesis con base en la medición numérica y el análisis estadístico para establecer patrones de comportamiento” (Pág. 6). Es decir, se analizarán registros de rendimiento, análisis de datos de Pre y Post test.

El estudio será de tipo explicativo, Según Roberto Sampieri (2003) “Pretende establecer las causas de los eventos, sucesos o fenómenos que se estudian”.(Pág.124), es decir, en la presente investigación lo que se pretende es ir más allá de la propia descripción de la enseñanza tradicional del cálculo, sino responder a las causas del mal rendimiento, el por qué ocurre y en qué condiciones se da.

Resultados

El test CHAEA fue aplicado a los 60 alumnos de Ingeniería en Informática de INACAP, sede Chillan y la Universidad Tecnológica de Chile. (La aplicación del test aparece como un objetivo emergente luego de iniciada la investigación por lo que no se presenta en el planteamiento de los objetivos iniciales, no obstante fue un mecanismo de mucha ayuda al momento de designar los equipos de trabajo en las clases prácticas).

Se presenta un gráfico con la separación del alumnado según su estilo de aprendizaje. Gráfico N°1: Alumnos según su estilo de aprendizaje



Al observar el gráfico se observa un gran porcentaje con la presencia de un estilo de aprendizaje activo, lo cual valida la planificación usando metodologías activas, sin embargo no podemos dejar de lado los demás estilos y el desafío se presenta en mezclar éstos de manera que todos desarrollen la mayor cantidad de estilos y complementen el trabajo. Fue de gran importancia subir el porcentaje de alumnos pragmáticos que por su habilidad de llevar la teoría a la práctica también funcionarán teóricamente bien en una metodología de ABP.

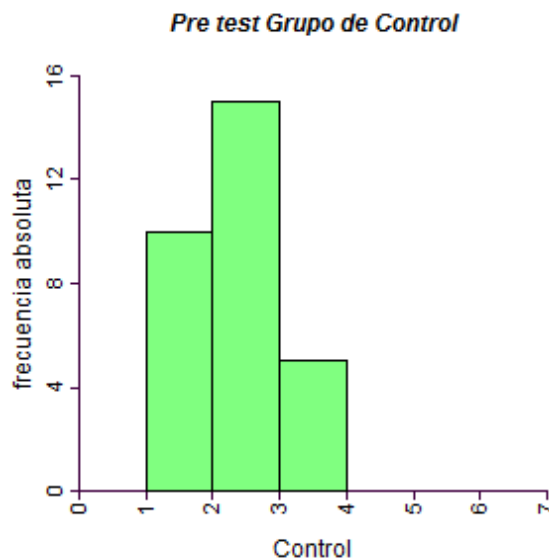
Posterior a la aplicación de CHAEA y luego de comunicar a los alumnos de su estilo de aprendizaje es que se aplica el pre test, los resultados se presentan en la siguiente tabla:

Tabla N°1: Tabla de Frecuencias de “Notas obtenidas en el pre test por el grupo de control”.

Variable	Clase	LI	LS	MC	FA	FR	FAA	FRA
Pre Test Control	1	1,00	2,00	1,50	10	0,33	10	0,33
Pre Test Control	2	2,00	3,00	2,50	15	0,50	25	0,83
Pre Test Control	3	3,00	4,00	3,50	5	0,17	30	1,00
Pre Test Control	4	4,00	5,00	4,50	0	0,00	30	1,00
Pre Test Control	5	5,00	6,00	5,50	0	0,00	30	1,00
Pre Test Control	6	6,00	7,00	6,50	0	0,00	30	1,00

- La tabla N°1 presenta 6 clases, de las cuales solo las tres primeras clases tienen notas asociadas.
- Se observa que el 33% de los alumnos obtiene entre un 1,0 y un 2,0. Por su parte el 50 % de los alumnos obtiene entre un 2,0 y un 3,0 y el 17% restante entre un 3,0 y un 4,0.

Grafico N° 2: De “Notas obtenidas en el pre test por el grupo de control”.



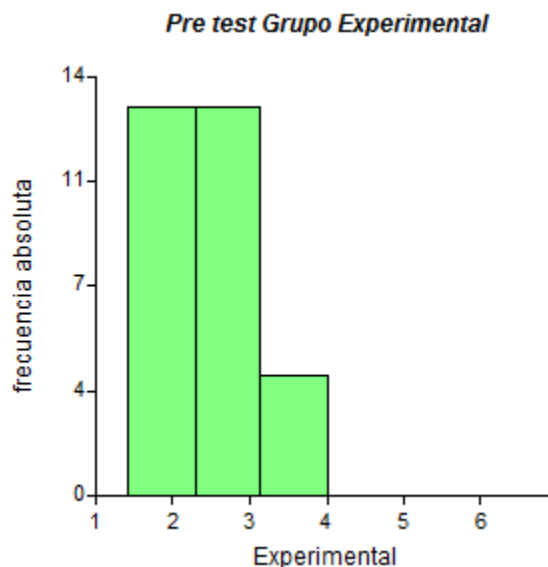
- En el gráfico N°2 se observa más clara mente que la mayor cantidad de alumnos obtienen entre 2,0 y 3,0 de nota en el Pre Test.
-

Tabla N° 2: Tabla de Frecuencias de “Notas obtenidas en el pre test por el grupo Experimental”.

Variable	Clase	LI	LS	MC	FA	FR	FAA	FRA
Pretest Experimental	1	1,00	2,00	1,50	13	0,43	13	0,43
Pretest Experimental	2	2,00	3,00	2,50	13	0,43	26	0,87
Pretest Experimental	3	3,00	4,00	3,50	4	0,13	30	1,00
Pretest Experimental	4	4,00	5,00	4,50	0	0,00	30	1,00
Pretest Experimental	5	5,00	6,00	5,50	0	0,00	30	1,00
Pretest Experimental	6	6,00	7,00	6,50	0	0,00	30	1,00

- Al igual que en la tabla anterior, se presenta una tabla de frecuencias con 6 clases y si se observa sólo las tres primeras clases tienen datos asociados.
- La clase correspondiente entre la nota 1,0 y 2,0 representa un 43%, lo mismo que la clase siguiente, un 4% de los alumnos obtienen notas entre 3,0 y 4,0.

Grafico N° 3: de “Notas obtenidas en el pre test por el grupo Experimental”.



- Al igual que en el pre test para el grupo de Control se observa que las calificaciones no superan las tres primeras clases.

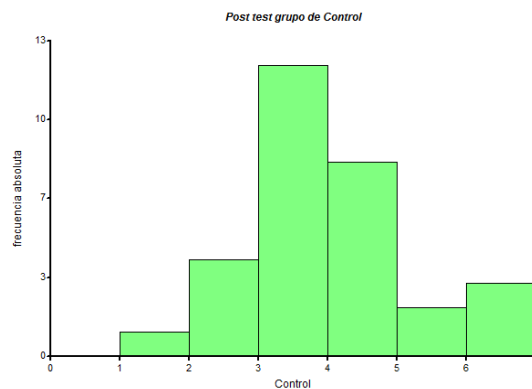
Posterior a la aplicación del Pre Test se desarrollan los contenidos de Derivadas e Integrales, al grupo de Control usando Metodología de Tipo Tradicional y con el modelo de ordenamiento de contenidos que siempre se ha usado y al grupo Experimental mezclando las

metodologías de tipo tradicional con el uso de ABP y el con el cambio Curricular es decir enseñando derivadas en Simultáneo con Integrales.

Al finalizar el proceso se aplica el Post test y los resultados se presentaron como sigue:

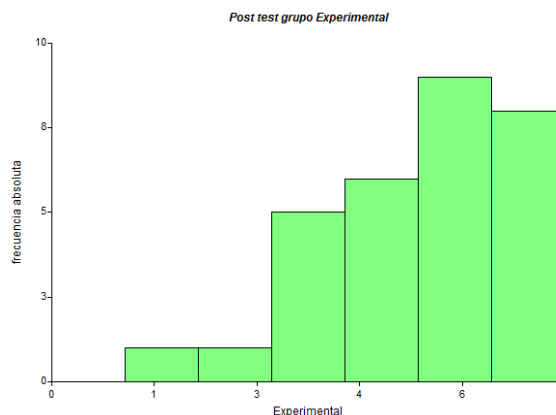
- Se presenta tabla de frecuencias con 6 clases destacando que:
- Es importante mencionar que el mayor porcentaje representado por un 40% representa a los alumnos que obtuvieron notas entre un 3,0 y un 4,0.

Grafico N° 4: de “Notas obtenidas en el Post Test por el grupo de Control”.



- Se presenta tabla de frecuencias con 6 clases destacando que:
- Es importante mencionar que el mayor porcentaje representado por un 40% representa a los alumnos que obtuvieron notas entre un 3,0 y un 4,0.

Grafico N° 5: De “Notas obtenidas en el Post Test por el grupo Experimental”.



- Dentro de los elementos más importantes se destacan el que el más alto porcentaje representado por un 30 % es el equivalente a los alumnos que obtuvieron notas entre 5,0 y 6,0.
- Además es de importancia señalar que la última clase que representa las notas entre 6,0 y 7,0 también tiene el asociado un gran porcentaje.
- Al observar el gráfico N° 4 con el N° 5 es inevitable comparar y reconocer que existe visualmente una gran diferencia entre los resultados del grupo Control con el experimental.

La siguiente tabla presenta un compendio de medidas de resumen entre Pre y Post test para grupos Control y Experimental:

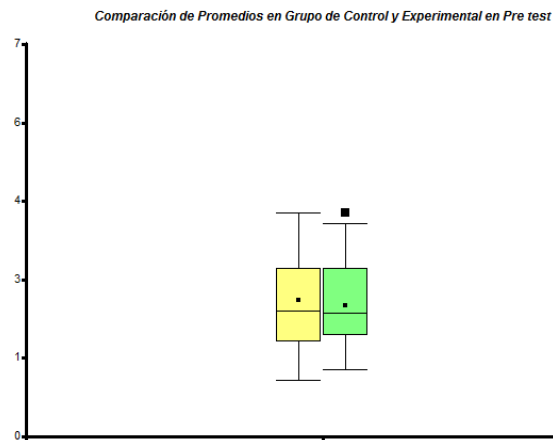
Tabla N° 3: Medidas de resumen Descriptivas para Pre y Post Test.

Variable	n	Media	D.E.	Var(n-1)	Var(n)	CV	Mín	Máx	Mediana
Pre Test Control	30	2,43	0,84	0,70	0,68	34,43	1,00	4,00	2,25
Pretest Experimental	30	2,34	0,76	0,58	0,56	32,54	1,00	4,00	2,20
Post Test Control	30	4,11	1,27	1,61	1,56	30,88	1,00	7,00	4,00
Postest Experimental	30	5,20	1,46	2,13	2,06	28,08	1,00	7,00	5,65

- Válido es mencionar que, en ambos casos existe una entrega de contenidos y ya sea usando orden y metodología tradicional por razones obvias los resultados entre pre y post test por separado para cada grupo deben subir, no obstante si analizamos por test se observa mayor diferencia entre los resultados del grupo de control.
- En el grupo de Control la diferencia entre un 2,43 a un 4,11 de promedio y en le grupo Experimental de un 2,34 a un 5,20 de promedio.

La representación grafica es:

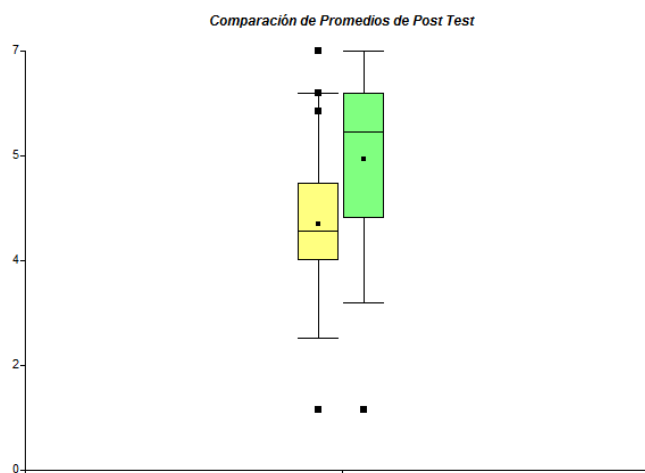
Grafico N°6: Comparación de Promedios en Pre test.



- Gráficamente la información de Pre test se observa muy similar en promedio y media.

La representación gráfica del post test como sigue:

Grafico N° 7: Comparación de Promedios en Post Test



- Diferencia observable entre resultados de post test para grupo experimental y de Control.
- Como se menciona anteriormente es muy valioso el informar de los resultados de la investigación a todos los entes involucrados en especial a los alumnos, por esto se entrega la representación de resultado por persona tanto para el grupo de Control como para el grupo Experimental.

Finalmente para validar la Hipótesis se desarrolla el siguiente análisis:

Prueba Mac-Nemar para el Grupo de Control:

Usando la tabla de valores críticos para Chi-Cuadrado, con un grado de libertad, la probabilidad del valor así calculado ($\chi^2 = (|18 - 0| - 1)^2 / 18 = 16,06$) es $p < 0,025$. El valor tabulado corresponde a una prueba bilateral y, dado que en nuestro caso la H_1 es unilateral, la probabilidad correspondiente se obtiene dividiendo dicho valor por dos, (En la tabla se lee 3,84). Teniendo presente que la probabilidad del valor calculado es mayor que 0,05; se acepta H_0 , es decir los alumnos no poseen una tendencia significativa a cambiar de mal a buen rendimiento.

Prueba Mac-Nemar para el Grupo Experimental:

Usando la tabla de valores críticos para Chi-Cuadrado, con un grado de libertad, la probabilidad del valor así calculado ($X^2 = (|23 - 0| - 1)^2 / 23 = 0,9565$) es $p < 0,025$. El valor tabulado corresponde a una prueba bilateral y, dado que en nuestro caso la H_1 es unilateral, la probabilidad correspondiente se obtiene dividiendo dicho valor por dos, (En tabla se lee 3,84). Teniendo presente que la probabilidad del valor calculado es menor que 0,05; se rechaza H_0 , es decir los alumnos poseen una tendencia significativa a cambiar de mal a buen rendimiento con el cambio curricular.

Wilcoxon para Muestra Post Test

Se desea reconocer si existen diferencias significativas entre los Grupos Experimental y de control en el Post Test. Para analizar se recurre a la prueba de Wilcoxon en la que se analizan los resultados de la evaluación.

PLANTEAMIENTO DE LA HIPÓTESIS:

H_1 = Existe diferencia significativa entre las calificaciones del Grupo de Control y el Grupo Experimental.

H_0 = No existe diferencia significativa entre las calificaciones del Grupo de Control y el Grupo Experimental.

Tabla N° 4: Representación Wilcoxon

Clasific	Variable	Grupo 1	Grupo 2	n(1)	n(2)	Media(1)	Media(2)	DS(1)	DS(2)	W	p(2 colas)
Post test	Notas	G. C	G. E	30	30	4,11	5,20	1,27	1,46	719,50	0,0038

Al ser de dos colas, para aceptar H_1 , el valor de p debe ser menor que 0,025; pero como podemos observar en la figura anterior el valor es 0,0038 que lo hace mucho menor. La probabilidad de 0,0038 es menor que 0,025, por lo cual se acepta H_1 y se rechaza H_0 . Es decir, Existe diferencia estadísticamente significativa entre las notas del grupo de control respecto al experimental. Sumando a los resultados anteriores podemos mencionar que se valida la hipótesis inicial que usando el Cambio Curricular y metodológico que es enseñar Derivadas e Integrales en simultáneo se mejora el rendimiento de los alumnos.

Conclusiones

En la enseñanza de la matemática nos encontramos con múltiples dificultades que van desde los problemas de preconceitos por parte de los alumnos hasta problemas de mal manejo didáctico por parte de los profesores.

Una vez claros la nueva representación curricular es necesario pensar en el tipo de metodología, diremos la más adecuada para trabajar dichos conceptos y si bien es claro que no existe una receta y que no se debe dejar de lado la metodología tradicional nos encontramos con

el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), método de enseñanza- aprendizaje que ha tomado más arraigo en las instituciones de educación superior en los últimos años. El ABP, es un método que es posible utilizar en la mayor parte de las disciplinas y si lo observamos como una técnica didáctica, al ser utilizado en combinación con otras técnicas se predice un mejor aprendizaje.

Con la claridad del cambio curricular y la elección de la metodología aparece la creación de la planificación de una unidad didáctica que permita entregar los contenidos de la forma antes descrita.

Dentro del desarrollo se validó una prueba que sirvió de Pre y Post Test aplicada anteriormente a 105 estudiantes de cálculo lo que entregó un Kuder-Richarson de 93%, continuando así con el proceso de la investigación, una vez identificada la población se solicita realizar separación aleatoria de un curso original de 60 alumnos para luego tener un grupo de Control y el Experimental. Luego de la aplicación de la prueba que para efectos de la investigación representa el Pre y Post Test, si bien no se presentó en los objetivos inicialmente se aplicó test CHAEA que mide estilos de aprendizaje, la idea central de ésta aplicación es identificar los estilos para luego generar una buena conformación de los grupos de trabajo.

Al comenzar a aplicar el cambio curricular en el grupo experimental, inmediatamente se observa un cambio de actitud hacia la asignatura, sin necesidad de aplicar ningún test y revisando las listas de asistencia aparece un elemento importante, los alumnos se sienten más motivados por asistir a las sesiones de clase, participando activamente.

Un elemento muy necesario es luego de la aplicación de CHAEA es dejar una sesión de clase para explicar a los alumnos las componentes fundamentales del ABP, pues si bien se observa que las metodologías activas representan un elemento de motivación para el proceso no podemos dejar de mencionar que en un principio debe ser totalmente guiado por el profesor.

Otro factor que se observa al trabajar éste cambio curricular es la mayor facilidad para la búsqueda de la contextualización por parte del profesor ya que dentro de los ejemplos, por ejemplo en el área de la administración y economía, los conceptos que se trabajan siempre van enfrentando derivadas e integrales.

Una vez terminado el proceso planificado para la entrega de contenidos se aplica el Post test y lo que observamos es un aumento en el rendimiento del grupo Experimental respecto al de control según el gráfico 7.

Se puede concluir que gracias a la nueva planificación hay un mejor aprovechamiento del tiempo, que no significa una reducción de horas de trabajo para el profesor en el aula sino la posibilidad de tener más momentos para las aplicaciones.

En la tesis se ha enfrentado el problema de enseñar Derivadas e Integrales ya no de manera tradicional, sino realizando un proceso simultáneo. Los resultados de la investigación son de gran interés ya que éste cambio Curricular nos entrega grandes mejoras:

Durante el proceso de enseñanza y aprendizaje los alumnos se presentan más motivados a participar de todo el proceso.

Para lograr un buen aprendizaje por parte de los alumnos, es este quien debe ser el actor principal y el profesor en la mayoría de los casos sólo un guía.

Dentro del proceso el alumno debe aprender a elaborar sus propios procedimientos para llegar al resultado, debe aprender a resolver problemas por sí mismo y también a discutir con otros.

Después de haber desarrollado el proceso de investigación, al reflexionar en la práctica, se pueden mencionar algunas recomendaciones:

La enseñanza del Cálculo, no tiene por que desarrollarse utilizando metodología tradicional. Aprendizaje Basado en Problemas, Método PEER, Preguntas Creativas, Actividades de Aprendizaje; son algunas propuestas de enseñanza centrada en el Alumno.

Es muy conveniente, aplicar las definiciones, teoremas y postulados sobre Derivadas e Integrales en la solución de problemas sobre algún contexto, pues permiten al alumno conectar su aprendizaje con su entorno.

Para desarrollar una Unidad Didáctica, no basta con la experiencia y años de investigación respecto a la Enseñanza del Cálculo, sino además se necesita de la actualización en Metodologías y Didáctica de la Enseñanza de las Ciencias.

Enseñar y Aprender, Derivadas e Integrales en simultáneo puede permitir un mejor aprovechamiento del tiempo y permitirnos como planificadores una mejor utilización de éste, si bien es muy cierto que en un inicio el trabajo es mucho más complejo que trabajar con metodologías tradicionales o enseñar como curricularmente están dispuestos y distribuidos los contenidos, con el paso del tiempo nos damos cuenta que los conceptos se van descubriendo y conectando de forma mucho más rápida que lo habitual.

Antes de aplicar una nueva metodología es necesario presentar a los alumnos el nuevo modelo, la forma en que se trabaja, la forma en que se va a evaluar, etc, permitiendo al alumno el conocer el objetivo de las actividades de clase y clarificar que el uso de nuevas metodologías pretenden tenerlo a él como eje central y que el profesor pase a ser un guía.

Además al trabajar con ABP se potencia el trabajo en equipo, permitiendo que el alumno desarrolle habilidades sociales que en una metodología tradicional se presentan en menor medida y en algún caso son nula.

Referencias y bibliografía

- Artigue, Douady, Moreno y Gómez,(1995) La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. Ingeniería didáctica en educación matemática. Ithaca: Cornell University.
- Ausubel, D: (2002) Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva. Paidós. Barcelona.
- Bernasconi ,A.& Rojas, F. (2004). Informe sobre la educación superior en Chile:1980-2003, Universidad de Talca ,Universidad Andrés Bello.
- Camacho,M; Depool,R.(2003) Un estudio gráfico y numérico del cálculo de la integral definida utilizando el pcs derive., educación matemática, México .
- Cortés, J. y Guzmán, J (2005). Pensamiento variacional en la parábola. Universidad de las Américas. Chile.
- Flores,F; Gonzalez, M.(2004) Problemas de aprendizaje de la integral de línea en el contexto de la teoría electromagnética .
- Hernandez,R. (2003). Metodología de la investigación.tercera edición.
- Hitt,F.(1998) Dificultades en el aprendizaje del cálculo departamento de matemática educativa del cinvestav-ipn
- Jimenez,M y Areizaga,A . (1997) Reflexiones acerca de los obstáculos que aparecen, en la enseñanza de las matemáticas, al pasar del bachillerato a la universidad. Universidad del país Vasco.
- Kindt , M. (2005) La historia de las matemáticas en la enseñanza del análisis freudenthal instituut,

Universidad de Utrecht (Holanda) .

López-Gay, R., Martínez Torregrosa, J. y Gras Martí, A. (2001b). Una propuesta alternativa para mejorar el uso del cálculo diferencial en las clases de física. Diseño experimental y resultados. Enseñanza de las ciencias, núm. extra. vi congreso, pp. 335-336.

Míguez, M. (2001) Tesis de maestría en química or.educación. Facultad de química, Universidad de la República.

Míguez, M; Curione, K: (2004) Aprendizaje de las ciencias. notas del curso de formación docente ufi, Facultad de ingeniería, Universidad de la república Montevideo.

Oñate E. (2000). Límites de los modelos numéricos.Publicación cimne. Septiembre.

Pozo.I. (1999) Aprender y enseñar ciencia ed. morata, madrid.[5] carretero, m: aprendizaje y desarrollo cognitivo. Un ejemplo del tratado el inútil combate. Artículo publicado en el libro actividad humana y procesos cognitivos. editor j. mayor, pp 145-160. alambra. Madrid, 1985.